



UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE

**IV edycja szkolnego konkursu  
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”  
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki  
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

*rok szkolny 2016/17*

**IV etap**

**Zadanie 1.**

Podaj wszystkie pary wyrazów ciągu o wyrazie ogólnym  $a_n = n^3 + 10n + 2017$ , które różnią się o 219.

**Zadanie 2.**

Obwód rombu wynosi  $2p$ , a suma jego przekątnych ma wartość  $m$ . Wyznacz pole tego rombu.

**Zadanie 3.**

Zaznacz na płaszczyźnie z układem współrzędnych zbiór punktów, których współrzędne spełniają układ równań

$$\begin{cases} \log_x y = \log_y x \\ \log_2 x \cdot \log_2 y = \log_2 \frac{x^2 y^2}{16} \end{cases}$$

**Zadanie 4.**

W ostrosłup trójkątny, którego podstawą jest trójkąt równoboczny o boku  $a$ , wpisano walec w ten sposób, że jego dolna podstawa spoczywa na podstawie ostrosłupa, a górna jest styczna do wszystkich ścian bocznych. Oblicz objętość walca oraz objętość ostrosłupa odciętego płaszczyzną przechodzącą przez górną podstawę walca, jeżeli wiadomo, że wysokość walca jest równa  $\frac{a}{2}$ , jedna z krawędzi bocznych ostrosłupa jest prostopadła do płaszczyzny podstawy, a ściana boczna jest nachylona do podstawy pod kątem  $\alpha$ . Dla jakich wartości kąta  $\alpha$  zadanie ma rozwiązanie?

**Zadanie 5.**

Wyznacz wszystkie niezerowe wielomiany  $f(x)$ , spełniające dla dowolnego  $x \in \mathbf{R}$  równanie

$$f(x - 2) = (f(x - 2))^2.$$