



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

**IV edycja szkolnego konkursu
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

rok szkolny 2016/17

VI etap

Zad.1

Dla jakich wartości parametru m dokładnie jeden pierwiastek równania

$$(m-2)9^x + (m+1)3^x - m = 0 \text{ jest mniejszy od } 2?$$

Zad.2

Ile jest liczb naturalnych czterocyfrowych, w których żadne dwie spośród cyfr: 1,3,5,7,9 nie sąsiadują ze sobą?

Zad.3

Uzasadnij, że istnieją dwa różne rozwiązania równania

$$x \log_{\frac{1}{2}} x^3 = \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 6$$

Zad.4

W trójkącie ABC o bokach $|AB|=7$, $|BC|=8$, $|CA|=9$ poprowadzono wysokość AD. Dwusieczne kątów ABC i ACB podzieliły ją na trzy odcinki. Oblicz ich długości.

Zad.5

Niech $f(x) = \frac{x}{x-1}$. Zbadaj liczbę przecięć wykresu funkcji $g(x)=f(f(x))$ z parabolami, których wierzchołek jest w punkcie $O=(0,0)$.