



UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE

**V edycja szkolnego konkursu  
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”  
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki  
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

*rok szkolny 2017/18*

**VI etap**

**Zad.1** Wykaż, że jeśli  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ , to  $\frac{x^6 + 128}{2x^2} \geq 24$ .

**Zad.2** Ile jest ciągów  $(x, y, z, t)$  liczb całkowitych dodatnich spełniających równanie  $x + y + z + t = 12$ .

**Zad.3** Dla jakich wartości parametru  $m$  równanie  $\frac{\log(mx^2)}{\log(x+1)} = 2$  ma dokładnie jedno rozwiązanie?

**Zad.4** Punkty M i L leżą odpowiednio na bokach AB i AC trójkąta ABC, przy czym zachodzą równości  $|MB| = 2|AM|$  oraz  $|LC| = 3|AL|$ . Punkt S jest punktem przecięcia odcinków BL i CM. Punkt K jest punktem przecięcia półprostej AS z odcinkiem BC. Pole trójkąta ABC wynosi 660. Oblicz pola trójkątów: AMS, ALS, BMS i CLS.

**Zad.5** Wyznacz równania wszystkich wspólnych stycznych do paraboli o równaniu  $y = \frac{1}{2}x^2$  i okręgu o równaniu  $x^2 + (y+5)^2 = 2$ .

Termin oddania 25 marca 2018.