



UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE

**VII edycja szkolnego konkursu  
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”  
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki  
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

*rok szkolny 2019/20*

**VI etap**

**1.** Wyznacz sumę całkowitych rozwiązań równania:  $\sqrt{x-3-2\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}} = 1$

**2.** Ile jest ciągów  $(x, y, z, t)$  liczb całkowitych dodatnich spełniających równanie

$$x + y + z + t = 12.$$

**3.** Uzasadnij, że istnieją dwa różne rozwiązania równania

$$x \log_{\frac{1}{2}} x^3 = \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 6$$

**4.** Dany jest czworokąt wypukły ABCD. Okręgi wpisane w trójkąty ABC i ACD są styczne zewnętrznie. Wykaż, że istnieje okrąg styczny do każdego boku czworokąta ABCD.

**5.** Rozważmy wszystkie prostokąty, których dwa wierzchołki należą do paraboli o równaniu  $y = 0,5x^2 - 2$ , a dwa pozostałe należą do odcinka AB, gdzie A(4,6) i B(-4,6). Wyznacz wymiary tego prostokąta, którego pole jest największe. Oblicz to pole.

Termin oddania 27.03.2020