



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

**VII edycja szkolnego konkursu
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

rok szkolny 2019/20

V etap

1. Udowodnić, że jeżeli n jest liczbą naturalną nieparzystą i każda z liczb $1, 2, 3, \dots, n$ jest wyrazem ciągu $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$, to liczba $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3) \cdot \dots \cdot (a_n - n)$ jest podzielna przez 2.
2. Znaleźć taką najmniejszą liczbę naturalną n , aby liczby postaci $(n + 1)$ oraz $(n - 110)$ były kwadratami liczb naturalnych.
3. Wielomian $W(x)$ ma postać $W(x) = x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x$, gdzie a_4, a_3, a_2, a_1 są pewnymi liczbami rzeczywistymi. Wiedząc dodatkowo, że $W(2) = 2, W(4) = 4, W(6) = 6, W(8) = 8$, oblicz $W(10)$.
4. Wewnątrz kwadratu o boku 1 obrano 330 różnych punktów. Wykazać, że istnieje koło o polu $\frac{1}{18}$, do którego należy co najmniej 10 z tych punktów.
5. Odcinek łączący środki boków nierównoległych trapezu rozcina go na dwie figury o polach 4 i 6. Obliczyć pola figur, na które rozcina ten sam trapez jego przekątna.

Termin oddania 28.02.2020