



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

**VIII edycja szkolnego konkursu
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

rok szkolny 2020/21

I etap

1. Udowodnij, że liczba $5k+2$, $k \in \mathbb{N}$ nie może być kwadratem liczby naturalnej.

2. Liczby p , q , r są takimi liczbami wymiernymi, że $pq+qr+rp=1$. Wykaż, że

liczba $m = \sqrt{(1+p^2)(1+q^2)(1+r^2)}$ jest liczbą wymierną.

3. Dany jest trójkąt równoboczny ABC . Na przedłużeniu boku AC poza punkt C wybrano punkt D . Na przedłużeniu boku BC poza punkt C wybrano taki punkt E , że $BD=DE$. Wykaż, że $AD=CE$.

4. Która z liczb : $A = \sqrt{2019} + \sqrt{2021}$, $B = 2\sqrt{2020}$ jest większa ? Odpowiedź uzasadnij.

5. W turnieju szachowym uczestniczyło 100 uczniów. Turniej trwał cały rok szkolny, a każdy uczeń rozegrał z każdym tylko jedną partię i nie zanotowano remisów. Niech x_i będzie liczbą zwycięstw zawodnika o numerze i na liście startowej, zaś y_i niech będzie liczbą jego przegranych. Udowodnij, że :

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{100}^2 = y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + \dots + y_{100}^2$$

Termin oddania 10.11.2020.

Rozwiązania proszę przesłać na adres matematyka-konkurs@i-lo-tarnow.pl