



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

**VIII edycja szkolnego konkursu
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

rok szkolny 2020/21

II etap

1. Znajdź najmniejszą liczbę naturalną n , tak aby liczby postaci $n+1$ oraz $n-110$ były kwadratami liczb naturalnych.
2. Dany jest dodatni ułamek nieskracalny $\frac{a}{b}$ mniejszy od 1. Udowodnij, że ułamek dopełniający go do liczby 1 jest także nieskracalny.
3. Udowodnij, że w trójkącie prostokątnym suma kwadratów długości środkowych poprowadzonych na przyprostokątne stanowi 125% kwadratu długości przeciwprostokątnej.
4. Udowodnij, że dla dowolnej liczby całkowitej m liczba $\frac{m}{3} + \frac{m^2}{2} + \frac{m^3}{6}$ jest również liczbą całkowitą.
5. Oblicz pole figury ograniczonej dwoma okręgami stycznymi zewnętrznie o promieniach długości odpowiednio r i $3r$ oraz prostą styczną do obu tych okręgów.

Termin oddania 09.12.2020.

Rozwiązania proszę przesłać na adres matematyka-konkurs@i-lo-tarnow.pl