



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

**VIII edycja szkolnego konkursu
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

rok szkolny 2020/21

IV etap

1. Rozwiąż układ równań
$$\begin{cases} |x - y| - \frac{|x|}{x} = -1 \\ |2x - y| + |x + y - 1| + |x - y| + y - 1 = 0 \end{cases}.$$
2. Wykaż, że wykres funkcji f określonej wzorem $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 3$ ma środek symetrii.
3. Znaleźć postać algebraiczną liczby zespolonej $\frac{(1 + \sqrt{3}i)^8}{(i - 1)^6}$.
4. Liczby dodatnie a, b, c spełniają warunek $a\sqrt{a} + b\sqrt{b} = c\sqrt{c}$.
Udowodnij, że są one długościami boków trójkąta rozwartokątnego.
5. Suma długości wszystkich krawędzi pewnego prostopadłościanu jest równa 42.
Suma długości pewnych jedenastu spośród nich jest równa 37,5, a pewnych dziesięciu 35. Oblicz objętość tego prostopadłościanu.

Termin oddania 15.02.2021

Rozwiązania proszę przesłać na adres matematyka-konkurs@i-lo-tarnow.pl