



UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE

**X edycja szkolnego konkursu  
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”  
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki  
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

*rok szkolny 2022/23*

**VI etap**

1. Wykaż, że liczba  $10^{13} + 19^3 - 2$  jest podzielna przez 9.
2. Dany jest prostokąt  $ABCD$ , w którym  $|AB|:|AD| = \sqrt{2}$ . Punkt  $S$  jest środkiem boku  $AB$ . Oblicz miarę kąta między prostymi  $AC$  i  $DS$ .
3. W czworościan foremny o krawędzi  $a$  wpisano kulę. Oblicz jej promień.
4. Rozważmy wszystkie prostokąty, których dwa wierzchołki należą do paraboli o równaniu  $y = 0,5x^2 - 2$ , a dwa pozostałe należą do odcinka  $AB$ , gdzie  $A(4,6)$  i  $B(-4,6)$ . Wyznacz wymiary tego prostokąta, którego pole jest największe. Oblicz to pole.
5. Rozwiąż równanie  $\sin x - \cos 2x + \sin 3x = 1$ .

Termin oddania 27.03.2023