



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

**XIII edycja szkolnego konkursu
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

rok szkolny 2025/26

II etap

1. W czasie pierwszej wojny światowej toczyła się bitwa w pobliżu pewnego zamku. Jeden z pocisków rozbił stojącą u wejścia statwę rycerza z piką w ręku. Stało się to ostatniego dnia miesiąca. Iloczyn daty dnia, numeru miesiąca, długości piki wyrażonej w stopach, połowy wieku dowódcy baterii strzelającej do zamku (wyrażonego w latach) oraz połowy czasu jaki stała statua (wyrażonego w latach) wynosi 451066. W którym roku postawiono statwę ?

2. Rozwiąż w zbiorze liczb całkowitych równanie:

$$x \cdot y \cdot (x + 2025y) = 2025^{2026}$$

3. Punkt P leży na okręgu opisanym na trójkącie równobocznym ABC. Udowodnij, że jeden z odcinków AP, BP, CP ma długość równą sumie długości dwóch pozostałych.

4. Liczby rzeczywiste a, b, c, d spełniają równości:

$$(a + b)(c + d) = (a + c)(b + d) = (a + d)(b + c)$$

Udowodnij, że co najmniej trzy z liczb a, b, c, d są równe.

5. Liczbę naturalną nazwijmy „rosnącą”, jeśli ciąg cyfr jej zapisu dziesiętnego, od lewej do prawej, jest ciągiem rosnącym (być może jednoelementowym). Wykaż, że liczb „rosnących” o nieparzystej liczbie cyfr jest o dwie więcej, niż liczb „rosnących” o parzystej liczbie cyfr.