



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

**XIII edycja szkolnego konkursu
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

rok szkolny 2025/26

V etap

- 1.** Wyznacz wszystkie pary liczb całkowitych x i y spełniające równanie:

$$(x^2 + 1)(y^2 + 1) = (x + y)^2 + 1$$

- 2.** Wielomian $W(x)$ o współczynnikach całkowitych przyjmuje wartość równą 2007 dokładnie dla trzech różnych argumentów całkowitych. Wykaż, że wielomian $W(x)$ nie przyjmuje wartości 2026 dla trzech różnych argumentów całkowitych.

- 3.** Długości a , b , c boków trójkąta spełniają warunek:

$$ab + bc + ac = 12.$$

Wyznacz wszystkie wartości, jakie może przyjmować obwód tego trójkąta.

- 4.** Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich a , b , c zachodzi nierówność:

$$\frac{a^2}{(b+c)} + \frac{b^2}{(a+c)} + \frac{c^2}{(a+b)} \geq \frac{(a+b+c)}{2}.$$

- 5.** Wierzchołki ośmiościanu foremego oznaczono pewnymi liczbami naturalnymi. Na każdej ścianie tego wielościanu zapisano liczbę, która jest iloczynem liczb przypisanych do wierzchołków danej ściany. Suma wszystkich liczb napisanych na tych ścianach jest równa 2006. Wyznacz wartość sumy liczb, którymi opisano wierzchołki ośmiościanu.

Termin oddania 02.03.2026